

Les télescopes infrarouges

I. Détection de rayonnement infrarouge

I.A – Généralités sur les détecteurs

I.A.1) photodiodes – phototransistor – barrettes CCD . détecteurs utilisés dans le domaine visible.

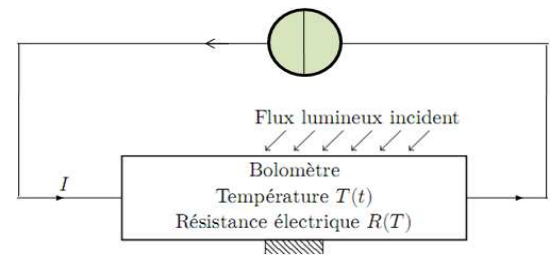
I.A.2) typiquement le domaine IR s'étend de $\lambda \sim 0,8\mu m$ à $3 mm$.

I.A.3) T est la température thermodynamique d'équilibre thermique entre les parois du corps noir et le rayonnement environnant. λ_m est la longueur d'onde au maximum d'émission du corps noir (maximum de luminance spectrale).

I.A.4) sur terre, $T \sim 300K \Rightarrow \lambda_m \sim 100\mu m$. dans l'espace, $T \sim 30K \Rightarrow \lambda_m \sim 100\mu m$. Dans les deux cas le maximum d'émission des récepteurs eux même est dans l'IR. Leur rayonnement va donc noyer le rayonnement des objets célestes d'où la nécessité de refroidir les instruments des télescopes.

I.B – Principe du bolomètre

I.B.1) On impose le courant à l'aide d'un générateur de courant de courant électromoteur I.



I.B.2) le 1^{ier} principe de la thermodynamique appliqué au bolomètre (indilatable incompressible) entre t et $t+dt$, s'écrit :

$$dU(t) = \delta Q_{reçue} \Rightarrow C_{th} \frac{dT}{dt} = \Phi_i + R(T)I^2 - G_{th}(T - T_S) = \Phi_i + R_0I^2 + (\alpha R_0 - G_{th})(T - T_S).$$

soit: $\frac{C_{th}}{(G_{th} - \alpha R_0)} \frac{dT}{dt} + T = \frac{1}{(G_{th} - \alpha R_0)} \Phi_i + \frac{R_0I^2}{(G_{th} - \alpha R_0)} + T_S$. De la forme : $\tau \frac{dT}{dt} + T = \beta(\Phi_i)$ (1). avec :

$$\tau = \frac{C_{th}}{(G_{th} - \alpha R_0)} \text{ et } \beta(\Phi_i) = \frac{1}{(G_{th} - \alpha R_0)} \Phi_i + \frac{R_0I^2}{(G_{th} - \alpha R_0)} + T_S.$$

I.B.3) pour $\alpha < 0$ la solution de (1) est convergente. Le fonctionnement du système est donc stable.

I.B.4) En régime permanent , $T_p = \beta(\Phi_i) = T_S + \frac{1}{(G_{th} - \alpha R_0)} (\Phi_i + R_0I^2)$.

I.C – Temps de réponse du bolomètre

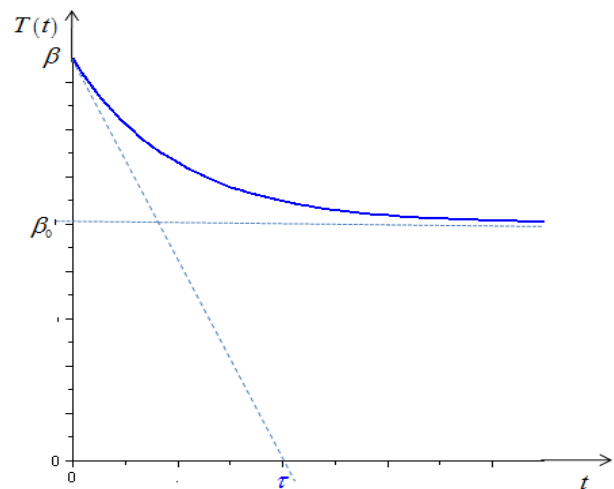
I.C.1) pour $t > 0, \Phi_i = 0, \beta(\Phi_i = 0) = T_S + \frac{R_0I^2}{(G_{th} - \alpha R_0)} = \beta_0$

et $\tau \frac{dT}{dt} + T = \beta_0 \Rightarrow T(t) = \beta_0 + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$.

$T(0) = T(0^-) = \beta = A + \beta_0$. d'où :

$$T(t) = \beta_0 + (\beta - \beta_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

τ est l'intersection de la tangente à la courbe $T(t)$ à l'origine avec l'axe des temps.



I.C.2) A flux électromagnétique absorbé égal, la température d'un bolomètre de faible capacité thermique augmente plus rapidement que dans le cas d'une grande capacité (1^{ier} principe). Le temps de réponse du bolomètre augmente alors avec sa capacité thermique.

la fraction absorbée de flux incident est d'autant plus importante que la poutre est moins conductrice. L'énergie interne du bolomètre varie plus lentement si la conductance de la poutre est plus grande. Le temps de réponse diminue donc avec la conductance thermique de la poutre.

I.D – Sensibilité du bolomètre

I.D.1) en régime forcé et en notation complexe, $\underline{\Phi}_i(t) = \Phi_{i0} + \varphi_0 \exp(j\omega t)$ et $\underline{\Theta}(t) = T_1 + \Theta_0 \exp(j\omega t + \phi)$.

Par superposition : $T_1 = T_s + \frac{1}{(G_{th} - \alpha R_0)} (\Phi_{i0} + R_0 I^2)$.

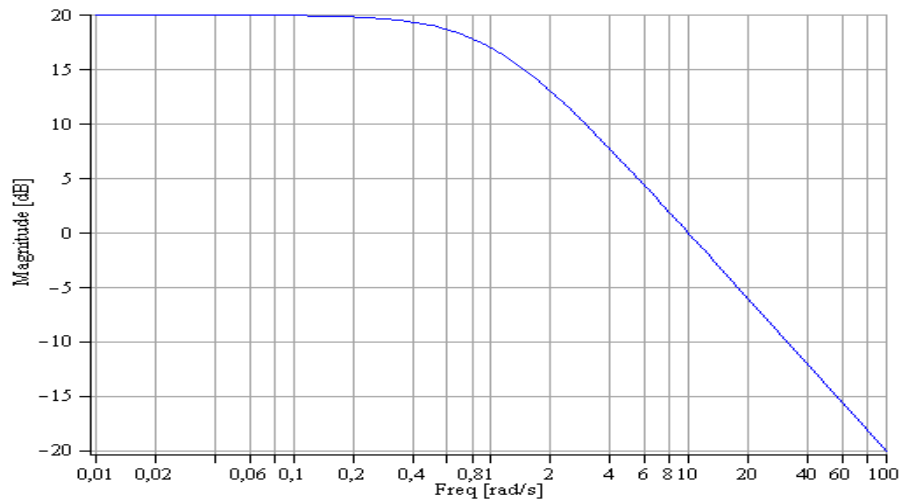
$$(j\omega\tau + 1)\underline{\Theta} = \frac{\varphi_0}{(G_{th} - \alpha R_0)} e^{j\omega t} \Rightarrow \underline{\Theta} = \frac{\varphi_0}{(G_{th} - \alpha R_0)(j\omega\tau + 1)} e^{j\omega t} = \Theta_0 e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$\Theta_0 = \frac{\varphi_0}{(G_{th} - \alpha R_0)(1 + \tau^2 \omega^2)} = \frac{A}{(1 + \tau^2 \omega^2)} \quad A = \frac{\varphi_0}{(G_{th} - \alpha R_0)}$$

I.D.2) $\underline{V} = R_0 I + \alpha R_0 I (\underline{T} - T_s) = V_1 + \alpha R_0 I \Theta_0 e^{j\omega t}$. $V_1 = R_0 I + \alpha R_0 I (T_1 - T_s)$ et $V_0 = \alpha R_0 I \Theta_0 = \frac{\alpha R_0 I \varphi_0}{(G_{th} - \alpha R_0)(1 + \tau^2 \omega^2)}$.

$$I.D.3) S(\omega) = \frac{V_0}{\varphi_0} = \frac{\alpha R_0 I}{(G_{th} - \alpha R_0)(1 + \tau^2 \omega^2)} = \frac{S_{\max}}{(1 + \tau^2 \omega^2)}$$

I.D.4) Courbe S_{dB} .



I.D.5) le filtre est un passe – bas

de premier ordre de pulsation de coupure à -3dB $\omega_c = \frac{1}{\tau}$.

En dehors de la bande passante, la réponse du bolomètre est assez lente pour que sa température puisse suivre les variations rapides du flux incident. D'où la chute de sensibilité à hautes fréquences.

I.D.6) pour augmenter la sensibilité aux hautes fréquence, il faut augmenter la largeur de la bande passante

$\omega_c = \frac{(G_{th} - \alpha R_0)}{C_{th}}$ et ce en en augmentant la conductance G_{th} de la poutre. pour que la température puisse. Ceci

est en accord avec le gain de rapidité de la réponse du bolomètre : qd G_{th} augmente ω_c augmente et τ diminue.

II. Un télescope unitaire du VLT

II.A – Montage de type Cassegrain

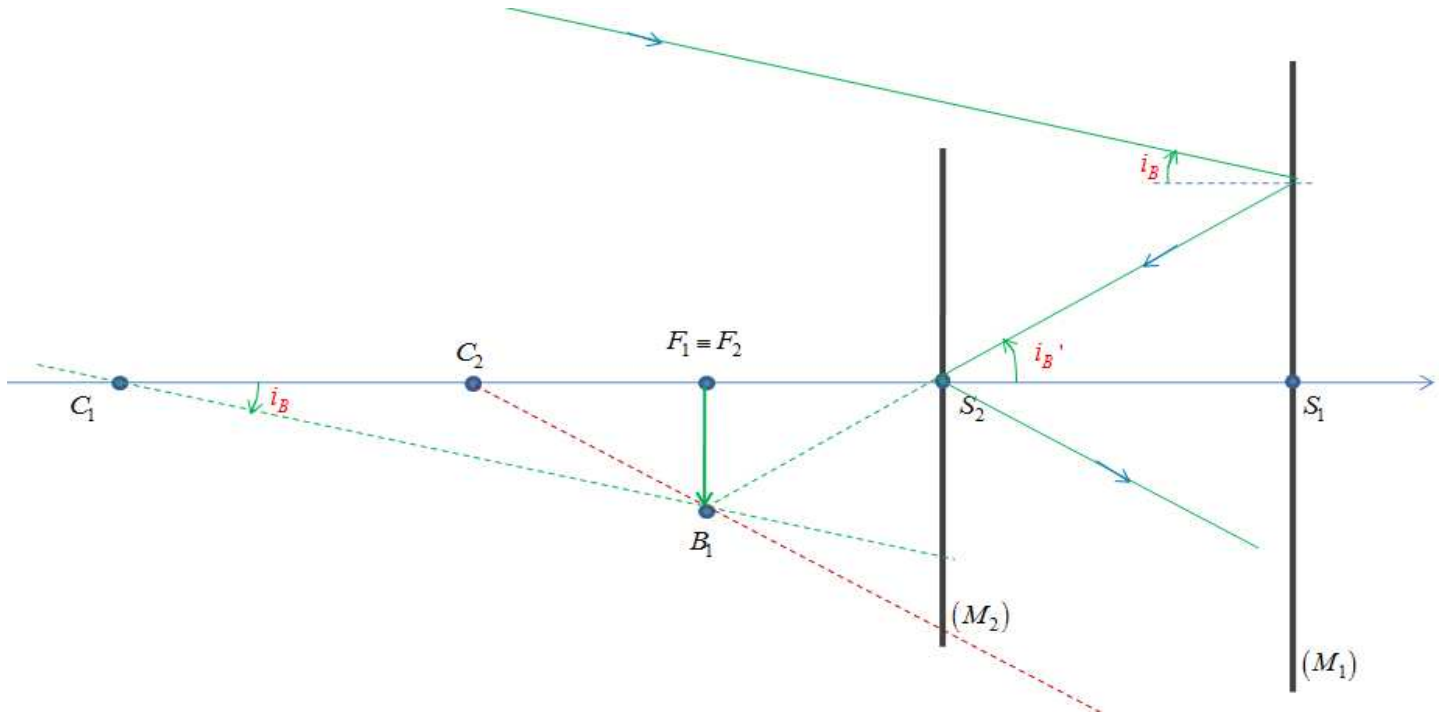
$$II.A.1) M_{1\infty} \xleftarrow{M_1} F_1 \Rightarrow \overline{S_1 F_1} = -\frac{R_1}{2}$$

$$II.A.2) M_{2\infty} \xleftarrow{M_1} F_2 \Rightarrow \overline{S_2 F_2} = -\frac{R_2}{2}$$

$$II.A.3) \text{le système est afocal : } M_{1\infty} \xleftarrow{M_1} F_1 \equiv F_2 \xleftarrow{M_1} M_{2\infty} \Rightarrow \overline{S_1 S_2} = \overline{S_1 F_1} - \overline{S_2 F_1} = \overline{S_1 F_1} - \overline{S_2 F_2} = \frac{R_2 - R_1}{2}$$

$$\text{AN : } \overline{S_1 S_2} = -12,14 \text{ m}$$

$$\text{II.A.4) } i_B \approx \frac{\overline{F_1 B_1}}{f_1'} \text{ et } i_B' \approx -\frac{\overline{F_1 B_1}}{f_2'} \Rightarrow G \approx -\frac{f_1'}{f_2'} = -\frac{R_1}{R_2}.$$



II.B – Résolution limitée par la diffraction

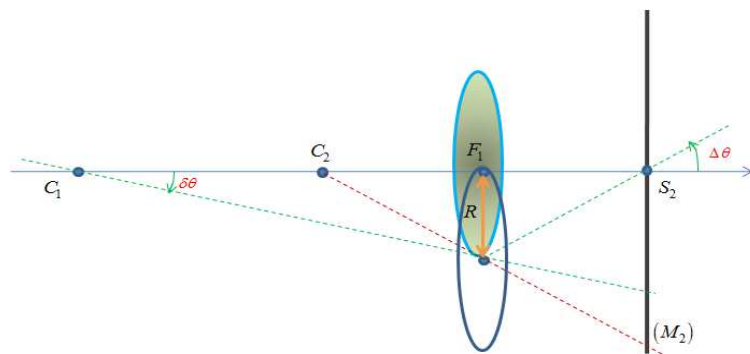
II.B.1) le rayon de la tache d'Airy entourant l'image géométrique intermédiaire F_1 est

$$R = f_1' \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22\lambda R_1}{2D} \approx 4,3\mu\text{m}.$$

$$\text{II.B.2) } \Delta\theta = |G| \delta\theta = \frac{R_1}{R_2} \frac{R}{f_1'} = \frac{1,22\lambda}{D} \frac{R_1}{R_2}.$$

II.B.3) Critère de Rayleigh : au minimum de résolution, le maximum d'intensité de la tache d'Airy de B centrée en B_1 coïncide avec le premier minimum nul de celle de A centrée en F_1 . Ainsi, les

$$\text{deux images sont discernables si } i_B - i_A \geq \delta\theta = \frac{R}{f_1'} = \frac{1,22\lambda}{D}.$$



$$\text{II.B.4) Limite de résolution du télescope : } i_{\min} = (i_B - i_A)_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D}.$$

III. Le télescope interférentiel VLTI

III.A – observation d'une source ponctuelle dans la direction de l'axe optique

III.A.1) A est à l'infini sur l'axe optique. Son image à travers L est au foyer principal image F' .

III.A.2) le chemin optique entre deux points conjugué est constant, donc : $(AT_1F') = (AT_2F')$. D'où :

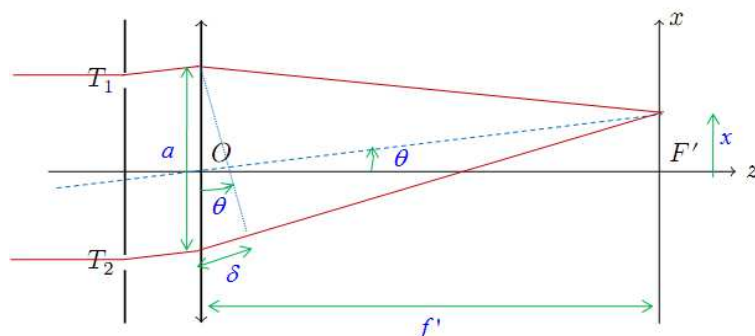
$$\delta_0 = (AT_1F') - (AT_2F') = 0.$$

III.A.3) le rôle de la ligne à retard est de compenser la différence de marche due à la différence des trajets suivis par les deux ondes provenant des télescopes.

III.A.4) pour avoir interférences, la différence de marche ne doit pas excéder la longueur de cohérence temporelle des sources. D'où la nécessité de la ligne à retard.

III.A.5) Le contraste vaut 1 dans le cas où les deux ondes issues de T_1 et T_2 ont la même intensité. En

$$\text{effet : } C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = 1 \Rightarrow I_1 = I_2.$$



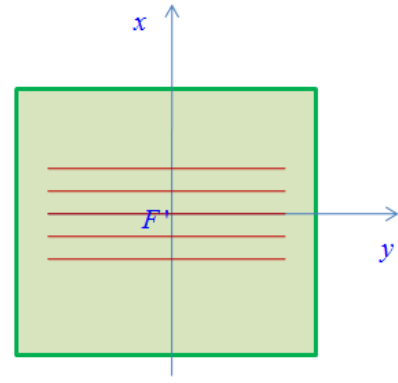
III.A.6) l'intensité résultante en x est : $I_A = (I_1 + I_2)(1 + C \cos \phi) = 2I_1(1 + \cos \phi)$.

$$\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \text{ et } \delta \approx a\theta \approx \frac{ax}{f'}. \text{ Soit : } I_A(x) = 2I_1 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'} \right) \right).$$

III.A.7) l'interfrange est la période spatiale i de la répartition d'intensité $I_A(x)$.

$$\text{soit : } i = \frac{\lambda f'}{a}.$$

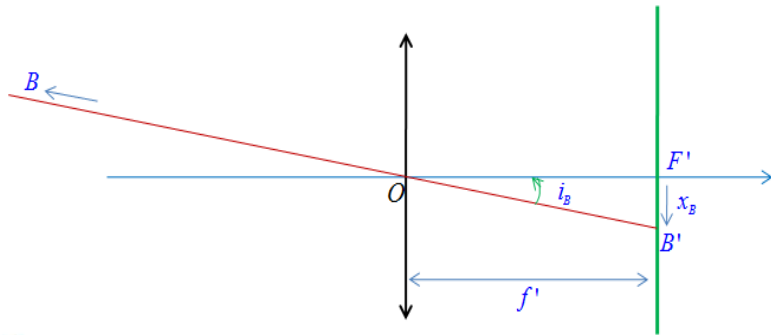
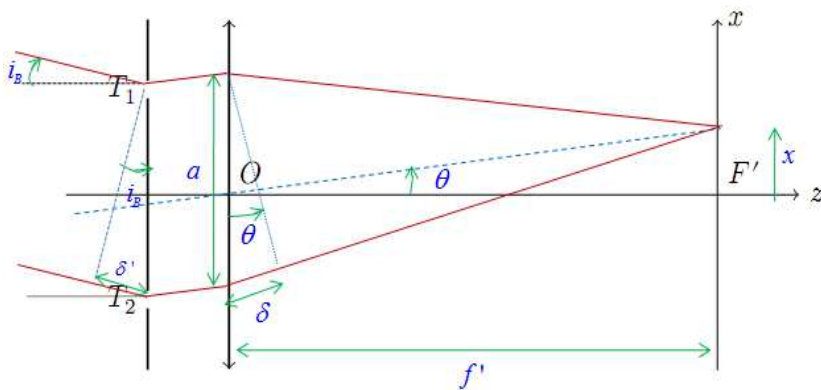
III.A.8) dans le plan focal (x, F', y) on observe un ensemble de franges rectilignes parallèles à $F'y$ symétriques par rapport à la frange centrale $x=0$.



III.B – Observation d'une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l'axe optique

III.B.1) $x_B = \overline{F'B} \approx -f' i_B$.

III.B.2)



$$I_B = 2I_1'(1 + \cos \phi').$$

$$\phi' = \frac{2\pi(\delta + \delta')}{\lambda} \text{ et } \delta' \approx ai_B \approx -\frac{ax_B}{f'}. \text{ D'où :}$$

$$I_B(x) = 2I_1' \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi a(x - x_B)}{\lambda f'} \right) \right].$$

III.B.3) les deux répartitions $I_A(x)$ et $I_B(x)$ sont de même période spatiale i . l'interfrange est le même.

III.C – observation de deux sources ponctuelles

III.C.1) Les deux sources étant indépendantes émettent des ondes sans relation de phases (qui présentent un déphasage aléatoire). Ces sources ne sont donc pas cohérentes entre elles.

III.C.2) l'intensité résultante est la somme des deux intensités. De plus les radiations sont de même puissance

$$\text{lumineuse } I_0 = 2I_1 = 2I_1' \Rightarrow I_{AUB}(x) = I_A(x) + I_B(x) = I_0 \left(2 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'} \right) + \cos \left(\frac{2\pi a(x - x_B)}{\lambda f'} \right) \right).$$

$$I_{AUB}(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi ai_B}{\lambda} \right) \times \cos \left(\frac{\pi a(2x - x_B)}{\lambda f'} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \gamma(a, i_B) \cos \left(\frac{2\pi a(x - x_B/2)}{\lambda f'} \right) \right).$$

III.C.3) le contraste $C = |\gamma|$ s'annule périodiquement pour : $\frac{a_m i_B}{\lambda} = m + \frac{1}{2}$, m entier. soit : $a_m = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{i_B}$.

III.C.4) on augmente la distance entre les deux télescopes, on déduit, lorsque les franges se brouillent pour la première fois, l'écart angulaire $i_B = \frac{\lambda}{2a_0}$.

III.C.5) La diffraction module l'intensité des franges mais pas leur contraste. Donc : $i_m = 0$.

IV. Positionnement du télescope spatial James Webb au point de Lagrange L_2

IV.A – Etude préliminaire

IV.A.1) La terre est en mouvement circulaire uniforme dans \mathcal{R}_h , donc : $T_T = \frac{2\pi}{\Omega_T}$ et $\Omega_T = \frac{v_T}{R}$. Et d'après le PFD :

$$M_T \frac{v_T^2}{R} = G \frac{M_S M_T}{R^2} \Rightarrow \Omega_T = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{GM_S}{R}} \text{ et } T_T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM_S}}.$$

IV.A.2) \mathcal{R}_0 est en rotation circulaire uniforme par rapport à \mathcal{R}_h . ce mouvement n'est pas une translation rectiligne uniforme, donc \mathcal{R}_0 n'est pas galiléen.

IV.B – Equilibre des forces

IV.B.1) la condition d'équilibre relatif du télescope dans \mathcal{R}_0 s'écrit : $-G \frac{M_S m}{(R+r)^2} \vec{u}_x - G \frac{M_T m}{r^2} \vec{u}_x + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$.

$$\vec{F}_{ie} = m\Omega_T^2 \overline{SL_2} = m(R+r)\Omega_T^2 \vec{u}_x. \text{ D'où : } \frac{M_S}{(R+r)^2} + \frac{M_T}{r^2} = \frac{(R+r)}{G} \Omega_T^2 = \frac{(R+r)M_S}{R^3} \quad (1).$$

$$\text{IV.B.2) (1)} \Rightarrow \frac{M_S r^2}{M_T (R+r)^2} + 1 = \frac{M_S r^2 (R+r)}{M_T R^3}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{M_S r^2}{M_T R^2} \left[\left(1 + \frac{r}{R}\right) - \frac{1}{(1+r/R)^2} \right] \approx \frac{M_S r^2}{M_T R^2} \left[\left(1 + \frac{r}{R}\right) - \left(1 - \frac{2r}{R}\right) \right] = \frac{3M_S r^3}{M_T R^3}. \text{ D'où : } r \approx R \left(\frac{M_T}{3M_S} \right)^{1/3}.$$

IV.B.3) AN : $r \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ km} . r = \frac{R}{100} \ll R$.

IV.C – Étude de la stabilité du point de Lagrange

$$\text{IV.C.1) } \vec{F}_{S/P} = -\frac{GM_S m}{SP^3} \overline{SP} = -\vec{\nabla}_P \left(\frac{GM_S m}{SP} \right) = -\vec{\nabla}_P (E_{P_{S/P}}) \Rightarrow E_{P_{S/P}} = -\frac{GM_S m}{SP} + C_1 = -\frac{GM_S m}{\sqrt{(R+r+x)^2 + y^2 + z^2}} + C_1.$$

$$\vec{F}_{T/P} = -G \frac{M_T m}{TP^3} \overline{TP} = -\vec{\nabla}_P \left(G \frac{M_T m}{TP} \right) = -\vec{\nabla}_P (E_{P_{T/P}}) \Rightarrow E_{P_{T/P}} = -G \frac{M_T m}{TP} + C_2 = -\frac{GM_T m}{\sqrt{(r+x)^2 + y^2 + z^2}} + C_2.$$

$$\vec{F}_{ie} = m\vec{\Omega}_T \times (\vec{\Omega}_T \times \overline{SP}) = m\Omega_T^2 [(R+r+x)\vec{u}_x - y\vec{u}_y] = -\vec{\nabla}_P (E_{P_{ie}}) \Rightarrow E_{P_{ie}} = -\frac{1}{2} m \frac{GM_S}{R^3} [(R+r+x)^2 - y^2] + C_3.$$

IV.C.2) $\vec{F}_y \cdot \overline{L_2 P} \leq 0$ et $\vec{F}_z \cdot \overline{L_2 P} \leq 0$: les composantes suivant \vec{u}_y et \vec{u}_z sont des forces de rappel orientées vers L_2 , au contraire, $\vec{F}_x \cdot \overline{L_2 P} \geq 0$: la composante suivant \vec{u}_x en diverge.

Le point de Lagrange est stable vis-à-vis les perturbations perpendiculaires à la direction ST , instable vis-à-vis les perturbations parallèles à ST .

V. Refroidissement cryogénique du télescope Herschel

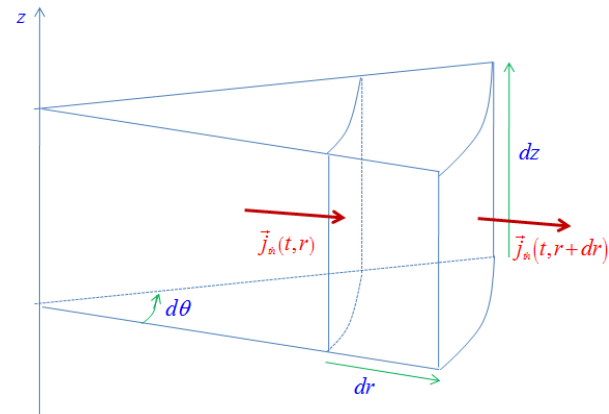
V.A – principe d'un interrupteur thermique

V.A.1) le premier principe de la thermodynamique appliqué au gaz intérieur à l'élément compris entre r et $r+dr$, z et $z+dz$ et θ et $\theta+d\theta$ s'écrit : ($\delta Q_{conv} = 0, \delta Q_{ray} = 0, \delta W = 0, du = c_{gaz} dT$ à V constant)

$$\rho r d\theta dz dr c_{gaz} dT = j_{th}(t, r) r d\theta dz dt - j_{th}(t, r+dr) (r+dr) d\theta dz dt$$

$$= -\frac{\partial [r j_{th}(t, r)]}{\partial r} d\theta dz dr dt$$

$$= \lambda \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(t, r)}{\partial r} \right] d\theta dz dr dt$$



d'où l'équation différentielle vérifiée par T : $\rho c_{gaz} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} dT = \lambda \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right]$.

V.A.2) en régime permanent : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dr} \left[r \frac{dT}{dr} \right] = 0 \Rightarrow dT = C \frac{dr}{r}$. D'où : $T_c - T_i = C \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$

et : $T(r) = T_i + (T_c - T_i) \frac{\ln \left(\frac{r}{R_1} \right)}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$.

V.A.3) $\Phi = \int_0^{2\pi} \int_z^z \vec{j}_{th}(r) \cdot r d\theta dz \vec{u}_r = 2\pi h r j_{th}(r) = -\lambda 2\pi h r \frac{dT(r)}{dr} = -\lambda 2\pi h C$. Soit : $\Phi = \lambda 2\pi h \frac{(T_i - T_c)}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$.

V.A.4) $G = \frac{\Phi}{(T_i - T_c)}$. $G = \frac{2\pi h \lambda}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$.

V.A.5) le dispositif peut jouer le rôle d'interrupteur thermique si $G \rightarrow 0$. C'est le cas d'un gaz mauvais conducteur, dans un cylindre de faible hauteur et de grande épaisseur e .

V.B – Choix du fluide réfrigérant

V.B.1) Pompage à pression constante.

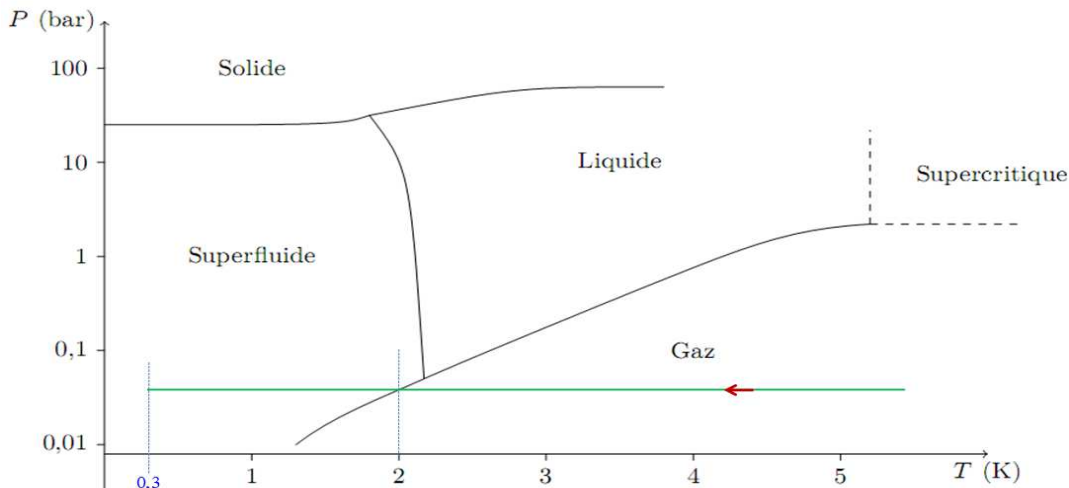


Figure 7 Allure du diagramme des phases de l'hélium : pression en fonction de la température

V.B.2) L'hélium reste à l'état liquide (superfluide) à ces basses températures. Aux faibles températures T , il existe une pression $p(T)$ au-dessous de laquelle l'hélium ne présente plus de phase solide.

V.B.3) système fermé : constitué à t de la masse liquide $m(t)$ et à $t+dt$ de la masse liquide $m(t+dt)$ et de la masse dm transformée en vapeur.

Le récipient est calorifugé. La pression uniforme. La transformation est donc isenthalpique : $H(t+dt) - H(t) = 0$

$$= [m(t+dt)h_{liq}(t+dt) + dm h_{gaz}(t+dt)] - m(t)h_{liq}(t) = m(t)[h_{liq}(t) - h_{liq}(t+dt)] + dm[h_{gaz}(t+dt) - h_{liq}(t+dt)].$$

$$\text{D'où : } -m(t)c_{liq}dT(t) + dm(t)l_{vap} = 0 \Rightarrow dT(t) = \frac{dm(t)l_{vap}}{m(t)c_{liq}} \Rightarrow T(t) = T_0 - \frac{l_{vap}}{c_{liq}} \ln \left(\frac{m_0}{m(t)} \right).$$

V.B.4) $l_{4He} > l_{3He}$. L'hélium 4 est le mieux adapté à ce processus car il donnerait un abaissement de température plus important pour la même masse évaporée.

V.B.5) avec l'hélium 3 on obtient une température $T_1 \approx 0,24K$ plus faible que la température $T_1 \approx 0,6K$ obtenue avec l'hélium 4.

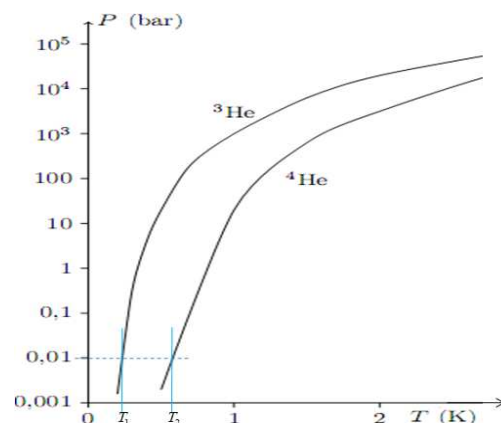
Dans ces conditions, l'hélium 3 est le mieux adapté au refroidissement.

V.C – Fonctionnement du cryo-réfrigérateur

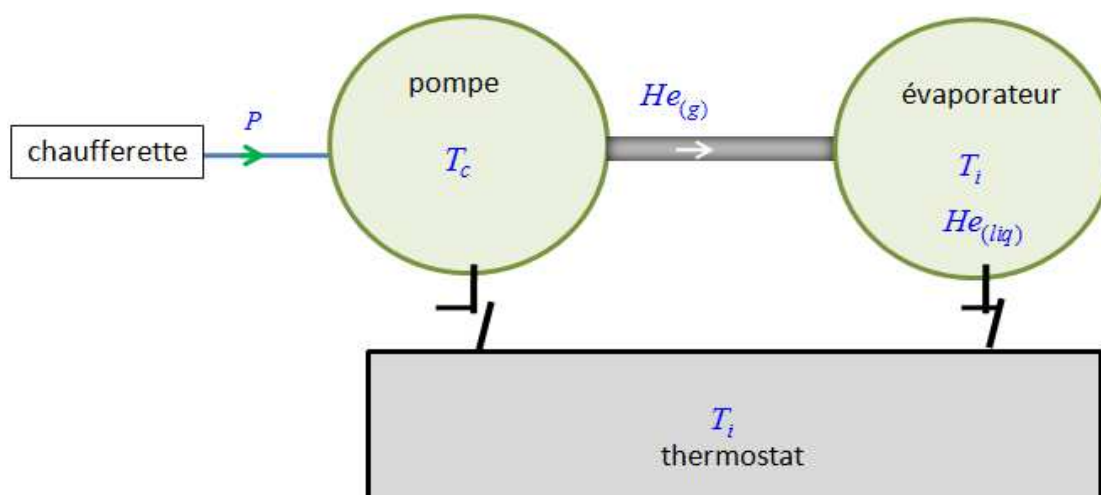
$$V.C.1) m_{vap} = m_0 - m_f = m_0 \left[1 - \exp \left[-\frac{c_{liq}}{l_{3He}} (T_0 - T_f) \right] \right] . T_f = 300mK .$$

$$V.C.2) Q_{extract} = m_{vap} l_{3He} = m_0 l_{3He} \left[1 - \exp \left[-\frac{c_{liq}}{l_{3He}} (T_0 - T_f) \right] \right] .$$

$$V.C.3) \text{ rendement : } \eta = \frac{Q_{extract}}{W_{\text{électrique}}} = \frac{m_{vap} l_{3He}}{P \tau_1} = \frac{m_0 l_{3He}}{P \tau_1} \left[1 - \exp \left[-\frac{c_{liq}}{l_{3He}} (T_0 - T_f) \right] \right] .$$



V.C.4) première phase :



V.C.5) deuxième phase :

