

Partie I : Etude d'un cas particulier

I.A.1) Il est clair que Q_0 est symétrique par les transformations $(x, y, z) \mapsto (\varepsilon_1 x, \varepsilon_2 y, \varepsilon_3 z)$ pour tout $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 \in \{-1, 1\}$. De même Q_0 est symétrique par rapport aux droites d'équations respectives : $x = y$; $y = -x$, la première et la deuxième bissectrice.

I.A.2) P_j a pour équation : $y = 0$, donc l'intersection de P_j et Q_0 est la courbe d'équation : $x^2 - z^2 = 0$ donc la réunion de la première et la deuxième bissectrice.

I.A.3.a) Soit θ un réel. et $X = (x, y, z) \in \mathbb{Q}_0$. Notons $X' = (x', y', z') = R_\theta(X)$

alors $\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \\ z' = z \end{cases}$, donc $x'^2 + y'^2 - z'^2 = x^2 + y^2 - z^2 = 0$ et par suite $R_\theta(Q_0) \subset Q_0$.